

## ANALISI MATEMATICA (MT000001)

### 1. lingua insegnamento/language

Italiano.

### 2. contenuti/course contents

Coordinatore: Prof. PIERPAOLO NATALINI

Anno di corso: 1° anno

Semestre: 1° semestre

CFU: 12

Moduli e docenti incaricati:

- ANALISI MATEMATICA (MT000001) - 12 cfu - SSD MAT/05

Prof. Pierpaolo Natalini

### 3. testi di riferimento/BIBLIOGRAPHY

P. Marcellini e C. Sbordone: Elementi di Analisi Matematica uno, Ed. Liguori;

M. Bramanti, C.D. Pagani e S. Salsa: Analisi Matematica 1, Ed. Zanichelli;

P. Marcellini e C. Sbordone: Esercitazioni di Matematica, 1° Vol., Parte Prima, Ed. Liguori;

P. Marcellini e C. Sbordone: Esercitazioni di Matematica, 1° Vol., Parte Seconda, Ed. Liguori;

M. Bramanti: Esercitazioni di Analisi Matematica 1, Ed. Esculapio;

I testi su indicati non sono obbligatori; è facoltà dello studente scegliere un testo di riferimento tra quelli consigliati. Allo studente verranno messe a disposizione dispense, sia di teoria che di esercitazione, redatte dal docente inerenti agli argomenti trattati nel corso.

### 4. obiettivi formativi/LEARNING OBJECTIVES

#### ***Conoscenza e capacità di comprensione***

Lo studente deve dimostrare di aver assimilato i concetti fondamentali (definizioni, enunciati di teoremi, interpretazioni geometriche e fisiche, eventuali dimostrazioni) relativi al calcolo infinitesimale, differenziale ed integrale per le funzioni reali di una variabile reale e gli strumenti di calcolo sviluppati. Deve, inoltre, essere in grado di comprendere argomenti affini elaborando le nozioni acquisite.

### ***Conoscenza e capacità di comprensione applicate***

Lo studente deve essere in grado di saper applicare quanto appreso nella teoria attraverso la risoluzione di esercizi di verifica elaborati dal Docente, in linea di massima legati ad argomenti quali: campi di esistenza, limiti di successioni e di funzioni, serie numeriche, studi di funzione, integrazione definita e indefinita, equazioni nel campo complesso.

### ***Autonomia di giudizio***

Lo studente deve saper riconoscere e superare, sfruttando le nozioni matematiche acquisite, un aspetto intuitivo ed un approccio di massima del singolo problema, per pervenire ad un suo quadro teorico formale e rigoroso. Deve acquisire la capacità di individuare gli strumenti idonei e le procedure più appropriate per la risoluzione di specifici problemi.

### ***Abilità comunicative***

Lo studente deve acquisire la capacità di esporre con proprietà di linguaggio, sostenendo o confutando tesi anche mediante esempi e controesempi. Inoltre deve essere in grado di riportare in maniera chiara i risultati degli esercizi proposti sotto forma di problema.

### ***Capacità di apprendere***

Lo studente deve acquisire la capacità di consultare con profitto libri di testo e dispense messe a disposizione dal docente. Deve sviluppare, inoltre, la capacità di vagliare altre fonti di informazione.

## **5. prerequisiti/prerequisites**

Lo studente, per affrontare al meglio i vari argomenti che verranno trattati nel corso, deve essere in possesso del contenuto matematico indicato nei programmi della scuola secondaria. In particolare, deve essere in possesso delle nozioni fondamentali di Geometria Analitica; conoscere le tecniche di risoluzione delle equazioni, delle disequazioni, dei sistemi di equazioni e di disequazioni algebriche, intere, razionali, irrazionali, esponenziali e logaritmiche, trigonometriche e circolari inverse, in valore assoluto. Deve avere un quadro completo delle definizioni e delle formule sviluppate nella trigonometria.

## **6. metodi didattici/TEACHING METHODS**

### ***Conoscenza e capacità di comprensione:***

il conseguimento delle conoscenze e della capacità di comprensione da parte dello studente avverrà attraverso il coinvolgimento diretto dello stesso durante la fase relativa all'introduzione teorica di un determinato argomento.

**Conoscenza e capacità di comprensione applicate:**

lo studente verrà coinvolto e seguito durante lo svolgimento di esercitazioni.

**Autonomia di giudizio:**

lo studente deve acquisire autonomia di giudizio attraverso l'autovalutazione di esercizi svolti.

**Abilità comunicative:**

gli studenti dovranno interagire discutendo circa le tecniche di risoluzione utilizzate nei vari esercizi e le interpretazioni dei teoremi enunciati per acquisire una buona abilità comunicativa.

**Capacità di apprendere:**

Lo studente verrà stimolato nell'individuare le opportune strategie risolutive dei vari problemi trattati affinché possa continuare a studiare per lo più in piena autonomia.

**7. altre informazioni/OTHER INFORMATION**

Ciascuno studente potrà concordare, direttamente o per mail, un giorno ed un orario di ricevimento per spiegazioni e chiarimenti.

**8. modalità di verifica dell'apprendimento/METHODS FOR VERIFYING LEARNING AND FOR EVALUATION**

Lo studente, alla fine del corso, sarà valutato attraverso una prova scritta con un punteggio espresso in trentesimi. Inoltre è prevista una prova intermedia sulla prima metà del programma.

**9. programma esteso/program**

Insiemi numerici – Insieme dei numeri interi non negativi e naturali. Insieme dei numeri interi relativi. Insieme dei numeri razionali. Insieme dei numeri reali. Sottoinsiemi dei numeri reali. Intervalli. Maggiorante e minorante di un sottoinsieme. Sottoinsieme limitato (superiormente e inferiormente). Estremo superiore e inferiore di un sottoinsieme. Massimo e minimo assoluti di un sottoinsieme. Assiomatica dei numeri reali. Assioma di completezza. Intorno sferico di un punto.

Intorno sferico bucato. Intorno destro e sinistro di un punto. Punto interno di un sottoinsieme. Punto di accumulazione di un sottoinsieme. Punto isolato di un sottoinsieme. Principio di induzione.

Real functions of a real variable – Image and counter-image of a number using the function.

Surjective, injective and bijective function. Invertibility of a function and inverse function. Graph of a function and possibly of the respective inverse function. Even and odd function. Monotonicity of functions. Invertibility of strictly monotone functions. Limited functions (top and bottom); increasing, decreasing, absolute maximum and minimum, upper bound and lower bound of a function.

Elementary functions: numerical sequence, constant function, powers with natural exponent,  $n$ -th roots, polynomials, powers with negative, rational and real integer exponents, absolute value, exponential, logarithm, goniometric and relative inverse functions. Functions linear combinations, product, ratio. Composite functions, function in form .

Limite di una funzione – Introduzione al concetto di limite di una funzione in un punto e all'infinito.

Funzioni regolari e irregolari per . Definizione di funzione convergente e divergente per .

Definizione di limite destro e sinistro. Teorema dell'unicità del limite. Teorema del confronto del limite. Limite notevole . Studio del comportamento delle funzioni elementari agli estremi del loro dominio. Limite di una funzione composta. Limite di una combinazione lineare, di un prodotto, di un rapporto di due funzioni. Limite di una funzione nella forma . Forme indeterminate. Altri limiti notevoli. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui.

Continuità – Definizione di funzione continua in un punto e un insieme. Classificazione delle discontinuità. Continuità a destra e a sinistra. Continuità delle funzioni elementari nel loro dominio.

Continuità di una funzione composta. Continuità di una combinazione lineare, prodotto e rapporto di funzioni continue. Continuità delle funzioni nella forma . Teorema della permanenza del segno. Teorema dei valori intermedi. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema di Weierstrass.

Calcolo differenziale – Derivabilità in un punto e in un insieme di una funzione. Definizione di derivata prima in un punto e in un insieme di una funzione. Derivabilità a destra e a sinistra.

Derivate successive. Interpretazione geometrica della derivata in un punto, retta tangente al grafico di una funzione in un punto. Derivabilità delle funzioni elementari nel loro dominio. Teorema sulla derivabilità di una funzione composta. Teorema sulla derivabilità di una combinazione lineare, prodotto e rapporto di funzioni. Teorema sulla derivabilità di una funzione inversa. Derivabilità e continuità di una funzione in un punto. Estremi relativi di una funzione (max e min relativi).

Teorema di Fermat. Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange. Teorema di De l'Hospital. Criterio per stabilire la derivabilità in un punto di continuità di una funzione. Classificazione dei punti di non derivabilità: punti angolosi, di cuspid e di flesso a tangente verticale. Teorema sulle funzioni a derivata nulla in un intervallo. Teorema sulla monotonia stretta di una funzione in un intervallo in base al segno della derivata prima. Ricerca degli estremi relativi di una funzione. Concavità e convessità di una funzione in un intervallo. Punti di flesso. Teorema sulla concavità e convessità di una funzione in un intervallo in base al segno della derivata seconda. Ricerca dei punti di flesso.

Studio del grafico di una funzione.

Calcolo integrale – Definizione di integrale definito di una funzione continua. Sua interpretazione geometrica. Teorema della linearità. Teorema della additività. Teorema della monotonia. Teorema del modulo. Teorema della media. Teorema della media pesata. Il teorema fondamentale del calcolo integrale. Definizione di funzione primitiva di una funzione data e relative proprietà. Il teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrali indefiniti. Integrali immediati. Funzioni iperboliche e rispettive inverse. Metodo di integrazione per sostituzione. Metodo di integrazione per parti. Integrazione delle funzioni razionali e irrazionali. Cenni alle equazioni differenziali ordinarie.

Serie numeriche – Definizione di serie numerica. Serie convergente, divergente e irregolare. Serie telescopica e serie geometrica. Comportamento delle successioni monotone (limitate e non). Criterio di convergenza di Cauchy per le successioni e le serie numeriche. Condizione necessaria di convergenza di una serie. Serie armonica. Proprietà di linearità di due serie convergenti. Criteri di convergenza per serie numeriche a termini di segno definitivamente costante: criterio del confronto, criterio della radice, criterio del rapporto, criterio dell'integrale, criterio del confronto asintotico. Serie armonica generalizzata. Serie a termini di segno alterno. Criterio di convergenza di Leibniz. Serie numeriche assolutamente convergenti. Convergenza delle serie dalla assoluta convergenza.

Formula di Taylor – Polinomio di Taylor di grado  $n$  di una funzione con punto iniziale  $a$ . Polinomi di MacLaurin delle funzioni elementari. Formula di Taylor di ordine  $n$ . Rappresentazione di Lagrange del resto nella formula di Taylor. Applicazioni della formula di Taylor nei problemi di approssimazione. Simbolo di Landau "o piccolo" e sue proprietà operative. Rappresentazione del resto col simbolo di Landau  $o$ . Applicazioni della formula di Taylor nei problemi di calcolo di un limite.

Numeri complessi – Definizione di numero complesso. Somma e prodotto tra numeri complessi. Parte reale e immaginaria. Rappresentazione geometrica di un numero complesso. Modulo, coniugato, argomento principale. Costante immaginaria. Rappresentazione cartesiana di un numero complesso. Rappresentazione trigonometrica di un numero complesso. Calcolo dell'argomento principale in funzione della parte reale e immaginaria. Rapporto tra numeri complessi. Esponenziale nel campo complesso. Formula di Eulero. Rappresentazione esponenziale di un numero complesso. Potenza di un numero complesso. Radice  $n$ -esima di un numero complesso. Equazioni e disequazioni nel campo complesso.